

2021年度

尚絅学院高等学校
入学試験問題

数 学

試験時間 (50分)

注 意 事 項

1. 「始め」の合図があるまで問題の表紙を開かないでください。
2. 解答用紙には決められた欄に受験番号のみ記入し、氏名は書かないでください。
3. 計算は問題用紙の余白を使用してもかまいません。
4. 解答は必ず解答用紙のそれぞれ決められた欄に記入してください。
5. 無理数は根号のまま、円周率は π で答えなさい。
6. 印刷が見えにくい場合は、手をあげて監督者の指示に従ってください。
7. 考査が終わったら、解答用紙と問題用紙を別々にしておいてください。
8. その他すべて、監督者の指示に従ってください。

受験番号

第一問 次の各問に答えなさい。

(1) $(-5)^2 + 9 \div \left(-\frac{1}{3}\right)$ を計算しなさい。

(2) $\frac{18}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \times \sqrt{2}$ を計算しなさい。

(3) 等式 $c = \frac{2a+b}{5}$ を a について解きなさい。

(4) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

(5) 2次方程式 $x^2 + x - 5 = 0$ を解きなさい。

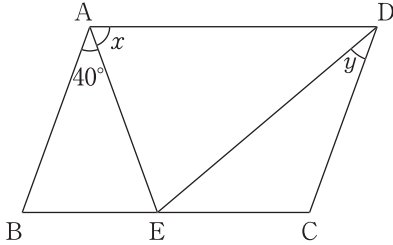
(6) $x = \frac{1}{3}$ のとき、 $(x-2)^2 - (x+3)(x-4)$ の値を求めなさい。

(7) 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域が $-2 \leq y \leq 0$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

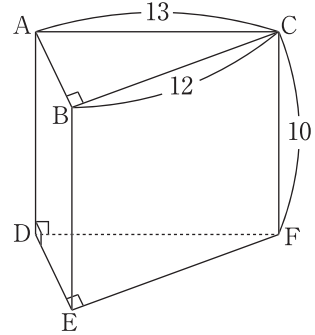
第二問 次の各問に答えなさい。

問1 次をそれぞれ求めなさい。

- (1) 四角形 ABCD は平行四辺形, $AB=AE$,
 $AD=DE$ であるとき, $\angle x$, $\angle y$ の大きさ

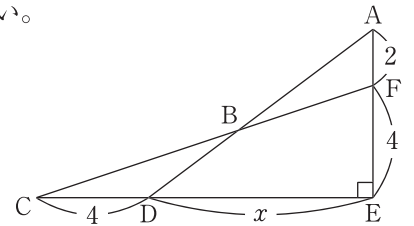


- (2) 三角柱 ABC-DEF の体積と表面積



問2 次の問に答えなさい。

- (1) 右の図で, $\triangle ABF$ と $\triangle BCD$ の面積が等しいとき, x の値を求めなさい。



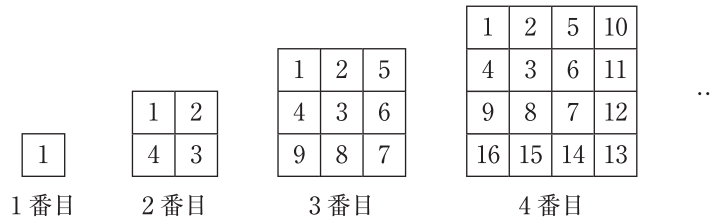
- (2) 2つの容器 A, B があります。容器 A には濃度が $x\%$ の食塩水が 100g, 容器 B には濃度が 7% の食塩水が 100g 入っています。次の手順に従って, 食塩水を混ぜ合わせます。

手順1 容器 A から食塩水を 50g 取り出し, 容器 B に入れてよく混ぜ合わせます。
 手順2 容器 B から食塩水を 50g 取り出し, 容器 A に入れてよく混ぜ合わせます。

- ① 手順1のあと, 容器 B の食塩水にふくまれる食塩の量を x の式で表しなさい。
 ② 手順2のあと, 容器 A の食塩水の濃度は 9% になりました。 x の値を求めなさい。

第三問 次の各問に答えなさい。

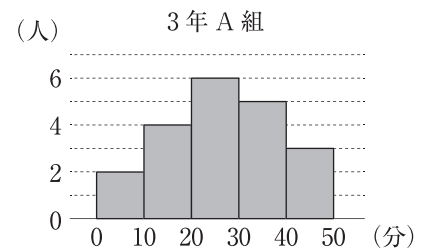
問1 下の図のように、1から連続する自然数を、ある規則にしたがって正方形の形に並べ、1番目、2番目、3番目、…、 n 番目の図を作っていきます。たとえば、4番目の図では、右上の自然数は10、左下の自然数は16です。次の間に答えなさい。



- (1) 5番目の図において、左下の自然数を求めなさい。
- (2) n 番目の図において、左下の自然数を n の式で表しなさい。
- (3) 右上の自然数が82である図において、左下の自然数を求めなさい。

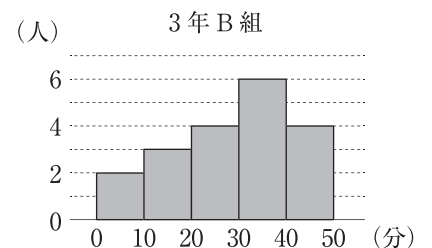
問2 3年A組20人と3年B組19人の通学時間について調べました。図は、各組の結果をそれぞれヒストグラムで表したものです。次の間に答えなさい。

- (1) 通学時間が30分以上の人数をそれぞれ求めなさい。
- (2) 通学時間が10分以上20分未満の階級の相対度数をそれぞれ求めなさい。割り切れない場合は小数第3位を四捨五入すること。



- (3) 図のヒストグラムから読み取れることのうち、以下の文章が正しいものには○、そうでないものには×をつけなさい。

- ① 中央値は、3年A組と3年B組で同じ階級に入っている。
- ② 最頻値は、3年B組のほうが3年A組よりも大きい。
- ③ 3年A組の平均値は30分以上である。

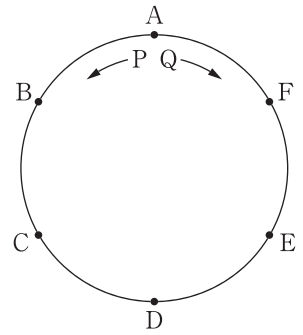


第 四 問 図のように、円周を 6 等分する 6 個の点 A ~ F があります。また、A 上に 2 点 P, Q があり、大小 2 個のさいころを投げて、以下のルールにしたがって、2 点 P, Q を動かします。

ルール

点 P は大のさいころの目の数だけ、左回りに動く。

点 Q は小のさいころの目の数だけ、右回りに動く。



たとえば、大のさいころは 2, 小のさいころは 1 が出たとき、点 P は C の位置に、点 Q は F の位置に移動します。次の各問に答えなさい。

問 1 大のさいころは 1, 小のさいころは 3 が出たとき、 $\angle APQ$ の大きさを求めなさい。

問 2 点 P と点 Q が同じ位置にくるような、さいころの目の出方は何通りあるか求めなさい。

問 3 線分 PQ が円の直径となるようなさいころの目の出方は何通りあるか求めなさい。

問 4 3 点 A, P, Q を結んで三角形ができる確率を求めなさい。

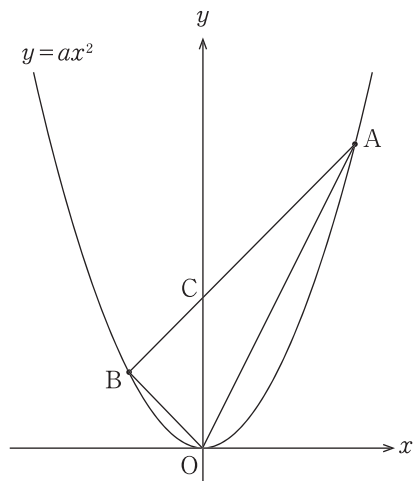
問 5 3 点 A, P, Q を結んで直角三角形ができる確率を求めなさい。

第五問 図のように、放物線 $y=ax^2$ があります。点 A, B は放物線 $y=ax^2$ 上の点で、A の座標は (2, 4)、B の x 座標は -1 です。また、点 C は直線 AB と y 軸の交点です。このとき、次の各問に答えなさい。

問1 a の値を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

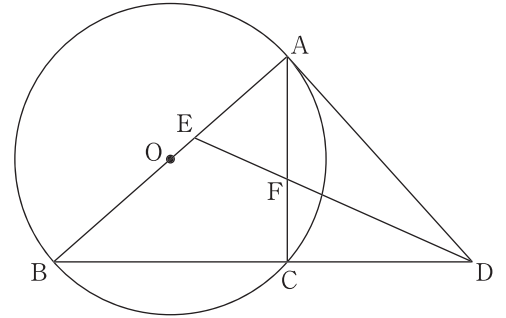


問4 O を通り、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線と、直線 AB との交点を D とするとき、点 D の座標を求めなさい。

問5 点 D を中心に $\triangle OBC$ を 1 回転させてできる図形の面積を求めなさい。

第 六 問 図のように、線分 AB を直径とする円 O があります。その円周上に点 A, B と異なる点 C をとり、点 A における円 O の接線と直線 BC との交点を D とします。∠ADB の二等分線と線分 AB, AC との交点をそれぞれ E, F とします。次の各問に答えなさい。

問 1 $\triangle AED \sim \triangle CFD$ を証明しなさい。



問 2 $\angle AED = 65^\circ$ のとき、 $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。

問 3 $AD = 6$, $CD = 4$ のとき、次の問に答えなさい。

(1) FC の長さを求めなさい。

(2) $\triangle AED$ の面積を求めなさい。

B日程

解答用紙〔数学〕

*印の欄は記入しないこと。

第一問

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	$x =$
	$y =$
(5)	
(6)	
(7)	

*

第四問

問 1	
問 2	
問 3	
問 4	
問 5	

*

第五問

問 1	
問 2	
問 3	
問 4	(,)
問 5	

*

第二問

問 1	(1)	$\angle x =$
		$\angle y =$
(2)		体積
		表面積
問 2	(1)	
	(2)	①
		②

*

第六問

問 1	
問 2	
問 3	(1)
	(2)

*

第三問

問 1	(1)	
	(2)	
	(3)	
問 2	(1)	A 組
		B 組
	(2)	A 組
		B 組
(3)	①	
	②	
	③	

*

受験番号		得点	*
------	--	----	---

第一問

- (1) -2 (2) $4\sqrt{3}$ (3) $a = \frac{5c-b}{2}$ (4) $x=2, y=3$ (5) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$ (6) 15 (7) $a = -\frac{1}{2}$

第二問

問1 (1) $\angle x = 70^\circ, \angle y = 30^\circ$ (2) 体積300, 表面積360

問2 (1) $x=8$ (2) ① $\frac{1}{2}x+7(g)$ ② $x=10$

第三問

問1 (1) 25 (2) n^2 (3) 100

問2 (1) A...8人 B...10人 (2) A...0.2 B...0.16 (3) ① × ② ○ ③ ×

第四問

問1 90° 問2 6通り 問3 6通り 問4 $\frac{5}{9}$ 問5 $\frac{1}{3}$

第五問

問1 $a=1$ 問2 $y=x+2$ 問3 3 問4 $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ 問5 6π

第六問

問1 $\triangle AED$ と $\triangle CFD$ において,
DE は $\angle ADB$ の二等分線だから, $\angle ADE = \angle CDF$...①
DA は円O の接線だから, $\angle EAD = 90^\circ$...②
直径に対する円周角の外角だから, $\angle FCD = 90^\circ$...③
②, ③より, $\angle EAD = \angle FCD = 90^\circ$...④
①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle AED \sim \triangle CFD$

問2 40°

問3 (1) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{18\sqrt{5}}{5}$

第一問

(6) $(x-2)^2 - (x+3)(x-4) = x^2 - 4x + 4 - x^2 + x + 12 = -3x + 16 = -3 \times \frac{1}{3} + 16 = 15$

(7) $x=2$ のとき $y=-2$ となるから, $y=ax^2$ に $x=2$, $y=-2$ を代入して,

$$-2 = a \times (-2)^2 \quad -2 = 4a \quad a = -\frac{1}{2}$$

第二問

問1

(2) $AB^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \quad AB = 5$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

求める体積は, $30 \times 10 = 300$

側面積は, $10 \times (5 + 12 + 13) = 300$

求める表面積は, $300 + 30 \times 2 = 360$

問2

(1) $\frac{1}{2} \times x \times 6 = \frac{1}{2} \times (x+4) \times 4, \quad 3x = 2x + 8 \quad x = 8$

(2) ① 手順1において, 容器Aから取り出す食塩の量は, $\frac{50}{100}x = \frac{1}{2}x(\text{g})$

よって, 手順1のあと, 容器Bの食塩の量は, $\frac{1}{2}x + 7(\text{g})$

② 手順2のあと, 容器Aの食塩の量は, $\frac{1}{2}x + \frac{50}{150} \times (\frac{1}{2}x + 7) = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}(\text{g})$

$$\frac{2}{3}x + \frac{7}{3} = 9 \text{ より, } x = 10$$

第三問

問1

(1) 25

(2) n^2

(3) $n-1$ 番目の図の左下の自然数は $81 = 9^2$ よって, $n=10$ より, $10^2 = 100$

問2

(3) ① A組 10番目と11番目は「20~30」の階級に入っているから, 中央値もこの階級に入っている。

B組 10番目の値は「30~40」の階級に入っている

×

② A組の最頻値は「20~30」の階級に入っている。

B組の最頻値は「30~40」の階級に入っている。

○

③ 平均値 = (階級値 × 度数) の合計 ÷ 度数の合計

A組の平均値は, $(5 \times 2 + 15 \times 4 + 25 \times 6 + 35 \times 5 + 45 \times 3) \div 20 = 530 \div 20 = 26.5(\text{分})$

×

第四問

問1 (大, 小)=(1, 3)のとき, PはBに, QはDに移動する。∠APQ=∠ABD=90°

問2 (大, 小)=(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 6)の6通り。

問4 大小2個の目の出方は全部で, $6 \times 6 = 36$ (通り)

このうち, 三角形ができないのは, 問2のPとQが同じ位置にくる場合の6通りと, 点PまたはQが点Aと重なる, (大, 小)=(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6)の10通り

よって, 求める確率は, $1 - \frac{16}{36} = \frac{5}{9}$

問5 (大, 小)=(3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5),

(1, 3), (2, 3), (4, 3), (5, 3),

(1, 2), (2, 1), (4, 5), (5, 4)の12通り。

よって, 求める確率は, $\frac{1}{3}$

第五問

問2 A(2, 4), B(-1, 1)

$$y = x + 2$$

問3 点Cの座標は(0, 2)だから, $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 3$

問4 点Dの座標は, $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

問5 $OD = \frac{\sqrt{26}}{2}$ $CD = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$(OD^2 - CD^2) \times \pi = 6\pi$$

第六問

問2 ∠ADE = 180° - (90° + 65°) = 25° ∠ADC = 2∠ADE = 2 × 25° = 50°

∠CAD = 180° - (90° + 50°) = 40°

問3 (1) $AC^2 = AD^2 - CD^2 = 36 - 16 = 20$ $AC > 0$ より, $AC = 2\sqrt{5}$

$$DA : DC = AF : CF, 6 : 4 = (2\sqrt{5} - x) : x, 6x = 8\sqrt{5} - 4x, x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(2) $\triangle ADC \sim \triangle BDA$

$$AD : BD = DC : DA, 6 : BD = 4 : 6, BD = 9$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 9 \times 2\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

DEは∠ADBの二等分線だから, 角の二等分線と比の定理より,

$$AE : EB = AD : BD = 6 : 9 = 2 : 3$$

$$\text{よって, } \triangle AED = \triangle ABD \times \frac{2}{2+3} = 9\sqrt{5} \times \frac{2}{5} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$$